



BİDERS
YKS - LGS KURS MERKEZİ

MATEMATİK

POLİNOM

POLİNOM KAVRAMI

YÜKSEK BAŞARI İYİ "Bİ DERS ANLATIMI'NA" BAKAR

x bir değişken, n doğal sayı, $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$ birer gerçel sayı olmak üzere,

$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$ çok terimlisine x 'e bağlı gerçel katsayılı denir.

✓ $P(x)$ in gerçel katsayılı bir polinom olması için x 'in kuvvetleri doğal sayı ve katsayıları gerçel sayı olmalıdır.

★ $P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_1 x + a_0$ polinomunda,

POLİNOMUN KATSAYILARI :

POLİNOMUN TERİMLERİ :

POLİNOMUN DERECESİ :

POLİNOMUN SABİT TERİMİ :

ÖRNEK 1

- $P(x) = x^5 + 2x^3 + x^2 - 1$
- $Q(x) = \sqrt{3}x^2 + \frac{1}{4}x - \frac{2}{3}$
- $R(x) = x^3 + x + \frac{1}{x} - 1$
- $S(x) = x^2 + \sqrt{x} + 2$

Yukarıda verilen ifadelerin polinom olup olmadıklarını bulunuz.

ÖRNEK 2

$P(x) = 3x^5 - 5x^4 - 8x^2 - \frac{2}{5}x + 7$ polinomunun;

- derecesini,
- başkatsayısını,
- x^3 lü terimin katsayısını,
- sabit terimini bulunuz.

POLİNOMUN KATSAYILAR TOPLAMI

POLİNOM	KATSAYILAR TOPLAMI
$P(x)$	
$P(x-3)$	
$P(x^2-2x+5)$	
$P(2x+1)$	

Bir $P(x)$ polinomunda ;

Çift dereceli terimlerin toplamı :

Tek dereceli terimlerin toplamı :

POLİNOMLARDA SABİT TERİM

POLİNOM	SABİT TERİM
$P(x)$	
$P(x+1)$	
$P(x^2+x-2)$	
$P(x-4)$	

ÖRNEK 5

$$P(x) = (x^2 + 3)^3 \cdot (2x + 1)^2$$

polinomunun çift dereceli terimlerinin katsayıları toplamını bulunuz.

ÖRNEK 3

$$P(x) = (x^2 - 3)^3 \cdot (2x - 1)^5$$

polinomunun katsayıları toplamını bulunuz.

ÖRNEK 6

$$P(x - 1) = (x^2 - 5)^3 \cdot (x - 3)^2$$

polinomu veriliyor.

$P(x)$ polinomunun tek dereceli terimlerinin katsayıları toplamını bulunuz.

ÖRNEK 4

$$P(x) = ax^3 + 3x^2 + ax - 2a + 1$$

polinomunun katsayıları toplamı $1 - a$ olduğuna göre, a gerçel sayısının değerini bulunuz.



$P(x)$ polinomunun bir a gerçel sayısındaki değerini bulmak için polinomun kuralında x yerine a yazılır .

Örneğin ;

$$P(x) = 3x + 2 \text{ ise } p(2) = \dots\dots\dots$$

$$P(x-2) = 4x - 2 \quad P(3) = \dots\dots\dots$$

ÖRNEK 7

$$P(2x + 1) = 3x^2 - 4x + 5$$

polinomu için $P(5)$ değerini bulunuz.

Bİ NOT 😊

a_0 sıfırdan farklı gerçel sayı olmak üzere ;

$P(x) = a_0$ polinomuna

.....

$P(x) = 0$ polinomuna

.....

🌀 Sabit polinomun derecesi sıfır (0) ,
sıfır polinomu'nun derecesi belirsizdir.

ÖRNEK 8

a ve b gerçel sayılar olmak üzere,

$$P(x) = (3a - 6)x^2 + (b + 3)x + a \cdot b + 8$$

sabit polinom olduğuna göre, $P(a + b)$ değerini bulunuz.

ÖRNEK 9

a, b, c ve d gerçel sayılar olmak üzere,

$$P(x) = (2a - b + 5)x^3 + (a + b + 1)x^2 + (c - 3)x - (d + 1)$$

sıfır polinomu olduğuna göre, $a + b + c + d$ toplamını bulunuz.

ÖRNEK 10

$$\frac{x-6}{x^2-4} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x-2}$$

olduğuna göre, $B - A$ farkını bulunuz.

🌀 Dereceleri eşit ve aynı kuvvete sahip terimlerinin katsayıları eşit olan polinomlara ;

..... denir.

ÖRNEK 11

$$P(x) = (a - 3)x^3 + (b + 2)x^2 + 5x - c$$

$$Q(x) = 2x^3 + (a + 1)x^2 + (c - 1)x + d - 2$$

polinomları için $P(x) = Q(x)$ olduğuna göre, $a + b + c + d$ toplamını bulunuz.

ÖRNEK 12

$$P(x) = x^2 - bx + 1$$

$$Q(x) = ax^2 - c$$

olmak üzere,

$$P(x - 1) = Q(x + 1)$$

olduğuna göre, $\frac{a+b}{c}$ oranını bulunuz.

ÖRNEK 13

$$a \cdot (x - 1) \cdot (x + 1) + b \cdot x \cdot (x - 1) + c \cdot x \cdot (x + 1) = 2x^2 - 5x + 4$$

eşitliği her x gerçel sayısı için sağlanmaktadır.

Buna göre, $\frac{a+b}{c}$ oranını bulunuz.

PEKİŞTİRME ÖDEV TESTİ

1.

$$P(x) = 3x^2 - 5x + a + 1$$

polinomu veriliyor.

$P(x + 3)$ polinomunun katsayılar toplamı 10 olduğuna göre, a değeri kaçtır?

- A) -20 B) -19 C) -18 D) -17 E) -16

4.

$$P(x + 2) = x^2 + ax + 3$$

olmak üzere $P(x)$ polinomunun sabit terimi 5 olduğuna göre, $P(x - 4)$ polinomunun katsayılar toplamı kaçtır?

- A) 25 B) 23 C) 21 D) 19 E) 17

2.

$$P(x + 2) = x^2 + ax + 3$$

olmak üzere $P(x)$ polinomunun sabit terimi 5 olduğuna göre, $P(x - 4)$ polinomunun katsayılar toplamı kaçtır?

- A) 25 B) 23 C) 21 D) 19 E) 17

5.

$P(x)$ polinomu için,

$$P(x + 2) + P(x + 1) = 6x + 17$$

olduğuna göre, $P(-2)$ değeri kaçtır?

- A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

3.

$$P(x) = 3x^2 - 5x + a + 1$$

polinomu veriliyor.

$P(x + 3)$ polinomunun katsayılar toplamı 10 olduğuna göre, a değeri kaçtır?

- A) -20 B) -19 C) -18 D) -17 E) -16

6.

$P(x) = x + 3$ polinomu veriliyor.

Buna göre, $6 \cdot P(1) \cdot P(2) \cdot P(3) \cdot \dots \cdot P(12)$ çarpımının sonucu kaçtır?

- A) $\frac{1}{2} \cdot 12!$ B) $15!$ C) $12! - 3!$
D) $12! - 5$ E) $12! - 6$



BiDERS
YKS - LGS KURS MERKEZİ

MATEMATİK

POLİNOM

**POLİNOMLARDA DERECE
VE**

POLİNOMLARDA 4 İŞLEM

YÜKSEK BAŞARI İYİ "Bİ DERS ANLATIMI'NA" BAKAR

➔ Polinomlarda toplama çıkarma işlemi yapabilmek için polinomların aynı dereceye sahip terimlerinin olması gerekir.

Bİ NOT ☺

$a, b \in \mathbb{R}$ olmak üzere

$P(x)$ polinomunun bir terimi $a \cdot x^m$ ve $Q(x)$ polinomunun terimi $b \cdot x^m$ olmak üzere ,
bu terimler arasında toplama ve çıkarma işlemleri ,

$$a \cdot x^m + b \cdot x^m = \dots\dots\dots$$

$$a \cdot x^m - b \cdot x^m = \dots\dots\dots$$

biçiminde yapılır.

➔ $P(x) \neq 0$, $Q(x) \neq 0$
 $\text{der}[P(x)] = m$, $\text{der}[Q(x)] = n$
ve
 $\text{der}[P(x)] \neq \text{der}[Q(x)]$ olmak üzere ,

★ $\text{der}[P(x) + Q(x)] = \max(m, n)$

★ $\text{der}[P(x) - Q(x)] = \max(m, n)$

$a, b \in \mathbb{R}$ olmak üzere ,

♥ $\text{der}[a \cdot P(x) + b] = m$

♥ $\text{der}[P(ax + b)] = n$ olur.

ÖRNEK-1

$$P(x) = 3x^2 - 4x + 5$$

$$Q(x) = x^2 + 2x + 1$$

olduğuna göre, $P(x) + Q(x)$ toplamını bulunuz.

ÖRNEK-2

$$\text{der}[P(x)] = 5$$

$$\text{der}[Q(x)] = 3$$

olduğuna göre, $\text{der}[P(x) + Q(x)]$ değerini bulunuz.

ÖRNEK-3

$$P(-x) = 4x^2 - 2x + 1$$

$-5P(x) + 2P(x + 1)$ polinomunun başkatsayısını bulunuz.

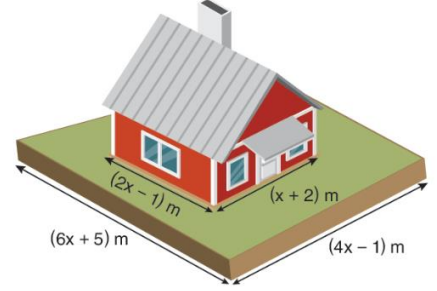
Polinomlarda Çarpma İşlemi

✓ Polinomlarda çarpma işlemi, dağılıma özelliği yardımıyla tüm terimlerin birbiri ile çarpılıp benzer terimlerin toplanması şeklinde yapılır.

✓ $P(x) \neq 0$ ve $Q(x) \neq 0$ olmak üzere,
 $\text{der}[P(x)] = m$
 $\text{der}[Q(x)] = n$ iken
 $\text{der}[P(x) \cdot Q(x)] = m + n$ 'dir.

ÖRNEK-6

Aşağıda dikdörtgen biçiminde bir hobi bahçesi ile bahçenin içerisindeki tabanı dikdörtgen biçiminde olan bir kulübe gösterilmiştir.



Şekilde verilen uzunluklara göre, bahçenin kulübe dışındaki alanı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $20x^2 + 4x - 5$ B) $22x^2 + 3x + 1$
 C) $22x^2 + 11x - 3$ D) $25x^2 + x - 6$
 E) $26x^2 + 4x + 2$

ÖRNEK-4

$$P(x) = 2x + 5$$

$$Q(x) = x^2 - 3$$

olduğuna göre, $P(x) \cdot Q(x)$ çarpımını bulunuz.

POLİNOMLARDA BÖLME

$P(x)$ ve $Q(x)$ birer polinom ve $Q(x) \neq 0$ olmak üzere,

$$\begin{array}{r} P(x) \mid Q(x) \\ \hline B(x) \\ \hline K(x) \end{array}$$

$P(x)$: Bölünen

$Q(x)$: Bölün

$B(x)$: Bölüm

$K(x)$: Kalan

Bölme işleminde,

- $\text{der}[K(x)] < \text{der}[Q(x)]$
- $P(x) = Q(x) \cdot B(x) + K(x)$
- $K(x) = 0$ ise $P(x)$ polinomu $Q(x)$ polinomuna tam bölünür. ($Q(x)$ polinomu $P(x)$ polinomunun bir çarpanıdır.)

ÖRNEK-5

$$P(x) = 5x - 4$$

$$Q(x) = 3x^2 - x + 1$$

polinomları veriliyor.

Buna göre, $(x + 1) \cdot P(x) - 2 \cdot Q(x)$ ifadesinin eşitini bulunuz.

*Polinomlarda bölme işlemi yapmak için ,

Bölünen ve bölen polinomları, değişkenin azalan kuvvetlerine göre sıralanır.

Bölünen polinomun en büyük dereceli terimini elde etmek için bölen polinomunun hangi terim ile çarpılacağı bulunur.

Bulunan terim bölen ile çarpılarak bölünenin altına yazılır ve bölünenden çıkarılır.

Aynı işlemlere kalanın derecesi bölenden küçük olana kadar devam edilir.

- $\text{der}[P(x)] = m$ ve $\text{der}[Q(x)] = n$ ($n \neq 0$) ve $m \geq n$ ve $\left[\frac{P(x)}{Q(x)} \right]$ bir polinom olmak üzere $\text{der}\left[\frac{P(x)}{Q(x)} \right] = m - n$ 'dir.

ÖRNEK-7

$$\begin{array}{r} P(x) \mid x^2 - 1 \\ \hline 2x + 1 \end{array}$$

bölme işleminde $P(x)$ polinomunu bulunuz.

ÖRNEK-10

$Q(x) \neq 0$ ve $\frac{P(x)}{Q(x)}$ bir polinom olmak üzere,

$$\text{der}[x^3 \cdot P(x) \cdot Q^2(x)] = 14$$

$$\text{der}\left[\frac{P(x)}{Q(x)} \right] = 5$$

olduğuna göre, $P(x)$ polinomunun derecesini bulunuz.

ÖRNEK-8

$$P(x) = x^5 + 3x^3 - x^2 + 2$$

polinomunun $Q(x) = x^4 + x^2 + x + 1$ polinomuna bölümünden elde edilecek kalan polinomu bulunuz.

ÖRNEK-11

$$\begin{array}{r} P(x+1) \mid x^2 - 2 \\ \hline 3x - 4 \end{array}$$

Yukarıda verilen bölme işlemine göre, $P(-2)$ değerini bulunuz.

ÖRNEK-9

$$P(x) = 6x^3 - 4x^2 + 8x - 10$$

polinomunun $2x - 2$ ile bölümünden elde edilecek bölüm polinomunu bulunuz.

Bİ NOT

- ✓ Bir $P(x)$ polinomunun $(x - a)$ ile bölümünden kalan $P(a)$ dır.
- ✓ $P(a) = 0$ ise $(x - a)$, $P(x)$ polinomunun bir çarpanıdır.
- ✓ $x = a$ için $P(a) = 0$ oluyorsa $x = a$ sayısına $P(x)$ polinomunun sıfırı (bir kökü) denir.

POLİNOM	BÖLEN	KALAN
$P(x)$	$x-2$	
$P(x+1)$	$x-3$	
$P(3x-2)$	$x+1$	
$P(x^2 - x + 1)$	x	

4.

 $a \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$(x - 2) \cdot P(x) = x^4 - 4x^2 + ax - 16$$

eşitliğini sağlayan $P(x)$ polinomunu bulunuz.

2.

$$P(x) = x^3 - 3x^2 + 5x + 1$$

polinomunun $x + 1$ ile bölümünden kalanı bulunuz.

5.

$P(x - 4) = (x + 4)^{2m-3} - (x - 2)^{m+3}$ eşitliğini sağlayan $P(x)$ polinomu için $P(x - 1)$ polinomu $x - 2$ ile tam bölünebilmektedir.

Buna göre, m değerini bulunuz.

3.

Bir $P(x)$ polinomunun $x^2 - 16$ ile bölümünden kalan $3x - 4$ olduğuna göre, $P(x)$ in $x - 4$ ile bölümünden kalanı bulunuz.

6.

İkinci dereceden bir $P(x)$ polinomu ile ilgili aşağıdakiler bilinmektedir.

- $P(x)$ polinomunun sabit terimi 2'dir.
- $P(x)$ polinomunun katsayılar toplamı -3'tür.
- $P(x) = P(-x)$ tir.

Buna göre, $P(x)$ polinomunun $x + 2$ ile bölümünden kalanı bulunuz.

Bİ NOT

$m, n, a, b \in \mathbb{R}$ olmak üzere, bir $P(x)$ polinomunun $(x - a) \cdot (x - b)$ ile bölümünden kalan, $mx + n$ biçiminde bir polinomdur.

ÖRNEK 6

$P(x)$ polinomunun $x^2 - 1$ ile bölümünden kalan $3x + 2$ olduğuna göre, $P(x)$ in $x - 1$ ile bölümünden kalanı bulunuz.

4.

ÖRNEK-7

$P(x)$ polinomunun $x - 3$ ve $x - 5$ ile bölümünden kalanlar sırasıyla 2 ve -6 olduğuna göre, $P(x)$ in $(x - 3) \cdot (x - 5)$ ile bölümünden kalanı bulunuz.

5.

ÖRNEK-8

Bir atölyede dokunan kumaşlar, uzunluğu ikinci dereceden bir $P(x)$ polinomu şeklinde ifade edilen kumaş topları hâline getirilerek depolanmaktadır.

- Bir top kumaş $(x - 5)$ metre uzunluğunda parçalar hâlinde kesildiğinde 6 metre kumaş artmaktadır.
- Bir top kumaşın $(x - 1)$ metrelik parçalar hâlinde kesilmesi veya $(x - 2)$ metrelik parçalar hâlinde kesilmesi durumunda hiç kumaş artmadığı bilinmektedir.

Buna göre, bir top kumaş $(x - 3)$ metrelik parçalar hâlinde kesilirse kaç metre kumaş artacağını bulunuz.

6.

PEKİŞTİRME ÖDEV TESTİ

1.

$$P(x) = 3x^2 + 5x + k - 1$$

polinomu veriliyor.

P(x) polinomunun katsayılar toplamı 9 olduğuna göre, $x + 2$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2.

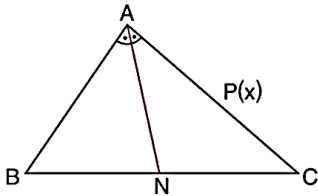
$$P(x) = 5x + 3$$

polinomu veriliyor.

P(x + 3) polinomunun $x - 2$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 13 B) 17 C) 21 D) 25 E) 28

3.



ABC üçgeninin açıortayı [AN] dir.

$$|AB| = x^2 + 2x - 3, |BN| = x + 3$$

$$|NC| = 2x + 1, |AC| = P(x)$$

olduğuna göre, **P(x)** polinomu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2x^2 - x - 1$ B) $2x^2 + x - 1$ C) $2x^2 + x + 1$
D) $x^2 + x + 1$ E) $x^2 + x - 1$

4.

$$\frac{P(x-1)}{Q(x+5)} = 2x^2 - 5x + 7$$

eşitliği veriliyor.

P(x) polinomunun katsayılar toplamı 15 olduğuna göre, **Q(x)** polinomunun $x - 7$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

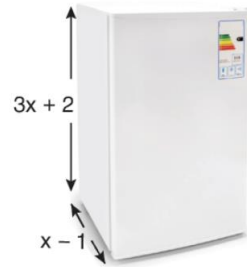
5.

$$P(x) = (x^2 + 2x) \cdot (3x - 1) + 2x + 5$$

eşitliğinde **P(x)** polinomunun $x^2 - 1$ ile bölümünden kalan aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x + 2$ B) $3x + 1$ C) $2x + 5$
D) $3x + 10$ E) $x - 3$

6.



Yukarıda verilen dikdörtgenler prizması şeklindeki buzdolabının eni $(x - 1)$ birim, boyu $(3x + 2)$ birim, hacmi $(6x^3 - 5x^2 - 3x + 2)$ birimküp olduğuna göre, bu dolabın farklı uzunluktaki üç ayrıtının uzunlukları toplamı kaç birimdir?

- A) $6x - 2$ B) $6x - 1$ C) $6x$
D) $6x + 1$ E) $6x + 2$